Ciertas observaciones para las notas de clase de esta semana:

1. Una señal de tiempo continuo no es necesariamente una señal continua en el tiempo. Uno de los mejores ejemplos es la señal escalón unitario de tiempo continuo:
$$esc\,(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$
Obviamente la señal no es continua en $t = 0$.

2. Definición: Dada una señal de tiempo continua $f \in S_e\,(T, K)$, entonces para un determinado "instante de tiempo" $t_* \in T$, se tiene que: I) el límite por la derecha de f cuando $t \to t_*$ es
$$\begin{aligned} f\left(t_*^+\right) &= \lim_{\varepsilon \to 0} f\,(t_* + |\varepsilon|) \\ &= f\,(t_* + 0) \end{aligned}$$
ii) el límite por la izquierda de f cuando $t \to t_*$ es
$$\begin{aligned} f\left(t_*^-\right) &= \lim_{\varepsilon \to 0} f\,(t_* - |\varepsilon|) \\ &= f\,(t_* - 0) \end{aligned}$$
Si $f\,(t) = esc\,(t)\,, t \in (-\infty, +\infty)\,,$ entonces
$$\begin{aligned} esc\left(0^+\right) &= 1 \\ esc\left(0^-\right) &= 1 \end{aligned}$$
mientras que
$$\begin{aligned} esc\left(3^+\right) &= 1 \\ esc\left(3^-\right) &= 1 \end{aligned}$$
No es difícil demostar que una señal $f \in S_e$ de tiempo continuo, es continua en el instante $t_* \in T$, si y solamente si
$$f\left(t_*^+\right) = f\left(t_*^+\right)$$
Por lo tanto: la señal de tiempo continuo $esc\,(.)$ es discontinua en $t = 0$ y continua en $t = 3$. (en el sentido de análisis matemático o cálculo bien conocido por ustedes).

   Las discontinuidades "simples" de una señal f, o sea, aquellas donde
$$\left|f\left(t_*^+\right) - f\left(t_*^-\right)\right| = M < \infty$$
se indican mediante una linea vertical cuya longitud es precisamente M.

3. Dada una señal $f \in S_e = S_e(T, K)$, entonces y , al m enos que digamos lo contrario) $K = R$ y el eje de tiempo T será $(-\infty, +\infty)$ si la señal es de tiempo continuo $\lambda = t$) o $T = Z$ si la señal es de tiempo discreto $(\lambda = k)$.

4. $\lambda \in T$ no necesariamente representa tiempo. Puede representar una variable espacial como sucede en el procesamiento digital de imágenres.

5. Una señal $f \in S_e$ es **causal si**

$$f(\lambda) = 0, \lambda \in T \text{ y } \lambda < 0$$

Mejor aún: Dada una base de tiempo "estándard", T, defina

$$\begin{aligned} T_+ &= \{\lambda \in T : \lambda > 0\} = \text{instantes de tiempo positivos} \\ T_- &= \{\lambda \in T : \lambda < 0\} = \text{instantes de tiempo negativos} \end{aligned}$$

Entonces

$$T = T_- \cup \{0\} \cup T_+$$

con $T_-, \{0\}, T_+$ sin elementos de tiempo en comun. (O sea, $T_-, \{0\}, T_+$ constituyen una partición de la base de tiempo T),

Una señal $f \in S_e(T, K)$ es causal si

$$f(\lambda) = 0, \lambda \in T_-$$

Una seña $f \in S_e(T, K)$ es anticausal si

$$f(\lambda) = 0, \lambda \in T_+$$

Example 1 *La señal de tiempo discreto*

$$f(k) = e^{-3|k|} \sin\left(\frac{3}{2}\pi k + \frac{\pi}{6}\right)$$

(ver figura (1)) no es causal pero tampoco es anticausal.

La señal de tiempo continuo

$$ramp(t) = \begin{cases} t, & t \geq 0, \\ 0, & t < 0. \end{cases}$$

$t \in R$, *es causal.*

Mientras que $esc(-k), k \in Z$, *es una señal de tiempo discreto y anticausal.*

6. Una operación unitaria sobre un conjunto de señales $S_e(T, K)$ es el escamiento de la amplitud o amplificación (la olvidé definirla). Dado un escalar $\alpha \in K$, entonces la señal f amplificada en α unidades es la señal

$$f_{nueva} = \alpha . f \in S_e(T, K)$$

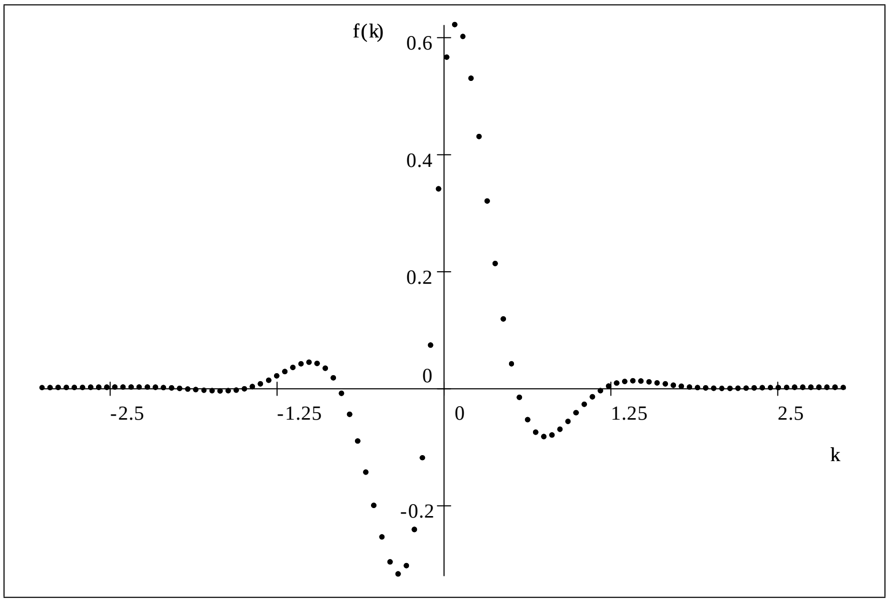

Figure 1: Gráfica de la señal no causal $f\left(k\right)=e^{3|k|}\sin\left(\frac{3}{2}\pi k+\frac{\pi}{6}\right)$

definida por: para todo $\lambda \in T$,

$$\begin{aligned} f_{nueva}\left(\lambda\right) &= \left[\alpha.f\right]\left(\lambda\right) \\ &= \alpha f\left(\lambda\right) \end{aligned}$$

Nota: Cualquier duda colóquela en el blog por favor.

JF